

基于改进多生境排挤算法的量子遗传算法

朱海斌, 许 峰

(安徽理工大学数学与大数据学院, 安徽 淮南 232001)

摘 要: 针对量子遗传算法在复杂连续函数优化中存在着收敛速度慢、易陷入局部最优的缺陷, 提出一种基于改进多生境拥挤算法的量子遗传算法。基本思想是: 在保留多生境排挤算法搜索速度较快这一优势的同时, 引入聚类分析, 提高其搜索能力, 然后将改进的多生境排挤算法引入量子遗传算法。仿真实验结果显示, 多生境排挤量子遗传算法与基本量子遗传算法相比较, 在全局收敛性和收敛速度方面有了一定程度的改进和提高。

关键词: 量子遗传算法; 多生境排挤算法; 聚类分析; 收敛性; 收敛速度

中图分类号: TP312 **文献标识码:** A

The Quantum Genetic Algorithm Based on Improved Multi-Niche Crowding Algorithm

ZHU Haibin, XU Feng

(College of Mathematics and Big Data, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: A quantum genetic algorithm based on improved multi-niche crowding algorithm is proposed to solve the problems of slow convergence speed and easily falling into local optimal in the quantum genetic algorithm in complex continuous function optimization. The basic idea is to introduce the clustering analysis to improve its search ability while preserving the advantages of the fast searching speed of the multi-niche crowding algorithm. Then the improved multi-niche crowding algorithm is introduced into the quantum genetic algorithm. The simulation results show that there is a certain degree of improvement in the aspects of global convergence and convergence speed for the improved algorithm when compared with multi-niche crowding algorithm and basic quantum genetic algorithm.

Keywords: quantum genetic algorithm; multi-niche crowding algorithm; cluster analysis; convergence; convergence speed

1 引言(Introduction)

20世纪90年代, Narayanan和Moore根据量子力学将量子计算概念引入遗传算法, 最早提出了量子遗传算法(Quantum Genetic Algorithm, QGA)。从此以后, QGA便一直是智能计算领域中的一个研究热点。QGA是量子计算与遗传算法(Genetic Algorithm, GA)相结合的产物, 在解决简单的优化问题中, QGA比GA的收敛速度快、寻优能力快。但是, 在解决一些复杂的连续函数的优化中, QGA的效果并不好, 不仅收敛速度慢, 还易陷入局部最优。

针对上述问题, 各研究者提出了不同的方法来改进这个问题。提高QGA效率主要有两个问题, 一是如何针对染色体编码, 二是如何确定量子门的旋转相位。Lee等^[1]提出了混沌QGA; Li等^[2]提出了启发式QGA; Kim等^[3]提出了量子激发QGA; 李家才等^[4]提出了基于Bloch球面坐标的QGA; 傅德胜

等^[5]提出通过改变其量子门的旋转相位改进QGA; 张晨等^[6]提出了模拟退火QGA; 刘振等^[7]提出了基于小生境改进QGA。上述改进算法都在不同程度改善了QGA的全局收敛性, 提高了其收敛速度。

本文提出了一种基于多生境排挤算法的改进量子遗传算法(Improved Multi Niche Quantum Genetic Algorithm, IMNQGA)。首先将聚类分析引入多生境排挤算法中, 在保留了标准多生境排挤算法的搜索速度优势方面, 也弥补了其搜索能力较差这一方面, 搜索能力得到了有效的提高。两者结合使得具有更佳的全局收敛性和收敛速度得到提高。然后再将改进后的多生境排挤算法来改进QGA, 并对该算法进行了数值模拟。

2 量子遗传算法(Quantum genetic algorithm)

QGA的基础是量子叠加态和量子位概念。量子位的另一

名称叫量子比特，它是量子计算机中的最小的信息单位，有两种最基本的状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。除了两个基本态以外，两个基本态的线性组合也是常见状态，称其为量子叠加态。一个量子位的状态可以描述为：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

其中 α 、 β 是量子位对应态的概率幅度，一般为复数，且要满足归一化条件：

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2)$$

QGA与传统的染色体编码方式不一样，是基于量子比特的编码方式。

m 位量子比特概率幅可以定义为：

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1; i = 1, 2, \dots, m$ 。

可以根据具体问题设计相应的量子比特，一般的量子旋转门定义为：

$$U(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据量子力学理论，采用量子位的系统可以很好地描述解的叠加态，这就决定了采用独特的量子比特编码的进化算法比采用一般编码方式的传统的进化算法具有更好的种群多样。基于量子染色体描述的种群同样具有多样性。如果 $|\alpha_i|^2$ 或 $|\beta_i|^2$ 趋于0或1时，种群多样性将慢慢消失，量子染色体就会逐渐收敛于确定态。这表明量子染色体的确同时具有遗传和进化两种能力。

QGA的伪码程序如下：

Procedure QGA

Begin

$t \leftarrow 0$

Initialize $Q(t)$

make $P(t)$ by observing $Q(t)$ states

evaluate $P(t)$

store the best solution among $P(t)$

while(not termination-condition) do

begin

$t \leftarrow t + 1$

make $P(t)$ by observing $Q(t)$ states

evaluate $P(t)$

update $Q(t)$ using quantum gates $U(t)$

store the best solution among $P(t)$

End

End

与GA类似，QGA也是一种概率搜索算法。

$$Q(t) = \{q'_1, q'_2, \dots, q'_n\} \quad (5)$$

其中 $Q(t)$ 是一个量子化种群， n 为种群大小， t 为进化代数。

$$q'_j = \begin{bmatrix} \alpha'_1 & \alpha'_2 & \cdots & \alpha'_m \\ \beta'_1 & \beta'_2 & \cdots & \beta'_m \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 q'_j 是量子染色体， m 为量子位数， $j = 1, 2, \dots, n$ 。

3 基于聚类分析的多生境排挤算法(Multi-Niche crowding algorithm based on clustering analysis)

排挤机制是小生境策略的一种，通过利用算法中产生的新个体排挤老种群中随机选择的个体，这样可以保持种群的多样性。

多生境排挤算法(Multi-Niche Crowding, MNC)的基本思想是：种群个体之间相互竞争，竞争的老个体被新个体替换掉，竞争的内容主要有适应值和个体之间的距离这两方面。

通常而言，排挤算法的搜索速度较快，而搜索能力则相对不足。在排挤算法中，MNC由于采取了试探性交配策略，以及考虑了适应值和个体之间的距离这两个因素，所以搜索能力相对来说比较强。因为确定性排挤算法仅考虑了父代与子代间的竞争，所以比较简单，但搜索能力也较弱。

之后有许多学者提出了不同的方法对这个问题进行改进，都得到了不错的效果。如郭方炜等人提出了一种协同进化的多生境遗传算法^[8]。多生境排挤算法搜索速度比较快，但是搜索能力较弱，为此引入共享机制原理，但是由于计算量太大，所以搜索速度大大下降。为了保证在保留MNC搜索速度优势方面，再提高MNC的搜索能力，提出用改进的K-均值聚类方法对种群进行聚类^[9]。改进后的算法不仅保留了搜索速度较高的优势，也在一定程度上提高了搜索能力。该算法计算时间较短，具有较高的运行效率，而且具有更佳的全局收敛性。

4 基于改进的多生境排挤算法改进量子遗传算法(Improved quantum genetic algorithm based on an improved multi-niche crowding algorithm)

量子遗传算法是将量子算法引入遗传算法而得到的一种新型智能优化算法，具有高并行性和指数级存储的优点，在计算复杂度和收敛速度方面明显超过其他智能优化算法，常常用来对经典启发式算法进行加速^[10]。但是，量子遗传算法在解决复杂连续函数优化中，存在着收敛速度慢，以及易陷入局部收敛等缺陷。李胜等^[11]提出了一种基于通用量子门的量子遗传算法；盖佳妮^[12]提出一种基于小生境的量子遗传算法。本文利用改进的多生境排挤算法去改进量子遗传算法，也可以弥补这样的缺陷，使得改进后的量子遗传算法在处理复杂多峰函数时，收敛速度较快，全局搜索能力得到一定的提高。

基于改进的多生境排挤算法改进量子遗传算法步骤如下：

- 步骤1：种群进行初始化，计算出每个染色体的适应度。
- 步骤2：根据改进的多生境排挤算法，确定聚类中心，然后产生新的个体。
- 步骤3：确定新的量子位。
- 步骤4：对每个个体，根据变异概率用量子非门进行变异。
- 步骤5：直达到最大进化代数或满足收敛条件为止，否则转步骤2。

5 数值实验结果(Numerical experiment results)

根据检验算法的通常做法，下面选择两个典型的标准函数进行测试，以检验IMNQGA的性能：

(1) 不均匀分布等高峰二元函数

$$f_1(x,y) = 2500 - (x^2 + y - 11)^2 - (x + y^2 - 7)^2 \tag{7}$$

该函数分别在(3.000,2.000)、(3.584,-1.848)、(-3.799,-3.283)、(-3.683,2.135)处有四个不均匀峰，峰高均为2500。该函数的四个峰都比较平坦，如果算法的性能不佳，将很难精确搜索到全部四个峰。

(2) Shuberts函数

$$f_2(x,y) = \left\{ \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1)x + i] \right\} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1)y + i] \right\} \tag{8}$$

$-10 \leq x, y \leq 10$

此函数的局部极小点高达760个，全局最小点也多达18个，最小值为-186.7309。

算法中的参数见表1。

表1 测试参数

Tab.1 Test parameters

各参数	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$
群体大小	50	100
代数	100	100
编码串长度	20	20
排挤选择数组 C_s	20	30
排挤因子组 C_f	3	5
排挤因子 s	10	30
交叉概率 p_c	0.80	0.80
变异概率 p_m	0.1	0.1
量子位数	2	2
转角步长初值	0.01 π	0.01 π
个体收敛到峰的判据	在峰上	个体与峰之间的距离小于0.02

图1和图2分别给出了IMNQGA对函数 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 的优化结果。表2中列出了用IMNQGA优化 $f_2(x,y)$ 时的某次典型解。

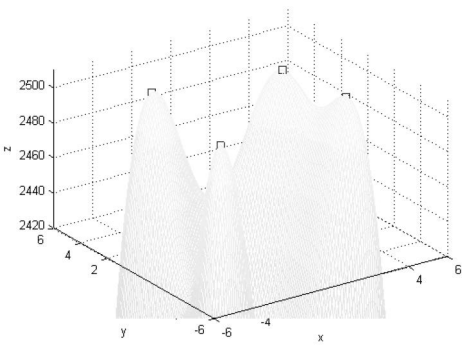


图1 $f_1(x,y)$ 的IMNQGA优化结果

Fig.1 Optimization results of $f_1(x,y)$ with IMNQGA

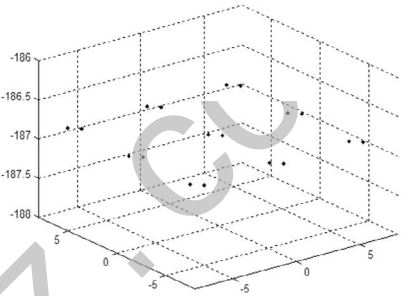


图2 $f_2(x,y)$ 的IMNQGA优化结果

Fig.2 Optimization results of $f_2(x,y)$ with IMNQGA

表2 Shubert函数的IMNQGA典型优化结果

Tab.2 Typical optimization results of Shubert function with IMNQGA

序号	自变量x	自变量y	函数值 $f_2(x,y)$	适应度值
1	-1.4258	-7.0843	-186.7299	10.3365
2	-1.4258	-0.8003	-186.7299	10.3365
3	-1.4258	5.4829	-186.7299	10.3365
4	5.4834	4.8581	-186.7302	10.3365
5	5.4834	-7.7083	-186.7302	10.3365
6	5.4834	-1.4251	-186.7302	10.3365
7	-0.8008	4.8581	-186.7304	10.3365
8	-0.8008	-7.7083	-186.7304	10.3365
9	-0.8008	-1.4251	-186.7304	10.3365
10	4.8584	-7.0834	-186.7306	10.3365
11	4.8584	-0.8003	-186.7306	10.3365
12	4.8584	5.4829	-186.7306	10.3365
13	-7.7085	-7.0834	-186.7309	10.3365
14	-7.7085	-0.8003	-186.7309	10.3365
15	-7.7085	5.4829	-186.7309	10.3365
16	-7.0835	4.8581	-186.7309	10.3365
17	-7.0835	-7.7083	-186.7309	10.3365
18	-7.0835	-1.4251	-186.7309	10.3365

图1、图2和表2中数据清楚地表明,IMNQGA不仅搜索到了函数 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 的全部全局最优解,而且具有较高精度,这充分显示了IMNQGA出色的全局搜索能力和局部寻优能力。

表3和表4分别给出了IMNQGA和QGA及基于协同进化的多生境进化算法CCMNGA^[5]对函数 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 进行20次优化的成功率、平均进化代数和平均运行时间。搜索到全部峰,且满足表1中的收敛判据视为成功。

表3 优化 $f_1(x,y)$ 的指标

Tab.3 Table optimization index of $f_1(x,y)$

算法	成功率	平均进化代数	平均CPU时间/s
IMNQGA	95.3%	52.7	6.2
QGA	90.7%	75.4	9.5
CCMNGA	97.4%	61.6	7.8

表4 优化 $f_2(x,y)$ 的指标

Tab.4 Table optimization index of $f_2(x,y)$

算法	成功率	平均进化代数	平均CPU时间/s
IMNQGA	92.8%	61.7	8.7
QGA	84.2%	87.9	13.8
CCMNGA	93.7%	78.2	11.8

表3和表4中的各项数据表明,对相对简单的多峰函数,QGA、IMNQGA和CCMNGA的收敛性均较好。但对相对比较复杂的多峰函数,QGA的收敛性有一定程度的下降,而IMNQGA和CCMNGA仍保持了较高的成功率。在收敛速度方面,IMNQGA不仅明显优于QGA,而且比CCMNGA也有一定程度的优势,且对于复杂多峰函数,优势更加明显。这从数值计算的角度充分表明,如果在基本量子遗传算法中引入含有聚类分析的多生境排挤机制,的确可以在一定程度上提升基本量子遗传算法的运行效率。

6 结论(Conclusion)

本文针对基本QGA在解决复杂多峰函数时,收敛速度慢和易陷入局部收敛的缺陷,在QGA中引入基于聚类分析的多生境排挤算法。数值实验表明,这种算法可在很大程度上改善QGA的全局收敛性,提高QGA的收敛速度。

必须指出的是,由于量子遗传算法的理论远未成熟,除

了基本QGA外,其收敛性在理论上尚无法得以证明,对算法的改进只能依赖对比实验,这无疑限制和阻碍了量子遗传算法的进一步研究。

参考文献(References)

- [1] Lee Chengwen,Lin Bingyi.Applications of the Chaotic Quantum Genetic Algorithm with Support Vector Regression in Load Forecasting[J].Energies,2017,10(11):1832-1849.
- [2] Li Ni,Li Yuhong,Sun Mengyuan.An optimization method for task assignment for industrial manufacturing organizations[J].Applied Intelligence,2017,47(4):1144-1156.
- [3] Kim Junghun,Kim Kyeongtaek,Sun Jaejoon.An Application of Quantum-inspired Genetic Algorithm for Weapon Target Assignment Problem[J].Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering,2017,40(4):260-267.
- [4] 李家才,韩锐,鲍天哲.基于Bloch球面坐标的改进量子遗传算法及其应用[J].铁道科学与工程学报,2016,13(11):2262-2269.
- [5] 傅德胜,张蓉.一种改进的量子遗传算法研究[J].计算机仿真,2013,30(12):321-325.
- [6] 张晨,谭小球,杨林峰.改进量子遗传算法在函数寻优中的应用[J].微型机与应用,2016,35(11):83-86.
- [7] 刘振,彭军,刘勇.小生境分布估计量子遗传算法及其仿真分析[J].计算机工程与科学,2016,38(1):89-94.
- [8] 郭方炜,许峰.协同进化多生境遗传算法[J].软件导刊,2017,16(4):51-54.
- [9] 杨新春.改进的多生境遗传算法及其应用[D].安徽理工大学,2010.
- [10] 李士勇,李盼池.量子计算与量子优化算法[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2009.
- [11] 李胜,张培林,李兵.基于通用量子门的量子遗传算法及应用[J].计算机工程与应用,2017,53(7):54-59.
- [12] 盖佳妮.量子遗传算法的改进与研究[D].渤海大学,2017.

作者简介:

朱海斌(1992—),男,硕士生.研究领域:进化算法.

许峰(1963—),男,硕士,教授.研究领域:进化算法,数值计算.