

一类Wiener系统的动态环节的阶次辨识算法

祁国芳, 景绍学, 范梦松

(淮阴师范学院物理与电子电气工程学院, 江苏 淮安 223300)

摘 要: Wiener系统的结构特点, 使得其线性动态环节的输出不可测量, 导致现有方法无法直接用于Wiener非线性系统的线性环节的定阶。为了准确确定一类Wiener系统包含的FIR函数的阶次, 提出了一种残差曲线斜率法。该方法基于残差曲线的斜率来获得FIR的阶次。并且, 该方法在不进行参数辨识的基础上, 仅利用测量到的输入输出数据, 来获得FIR的阶次。该算法既减小了计算量, 也提高了定阶准确度。数值仿真验证了算法的有效性。

关键词: Wiener系统; 阶次辨识; 残差分析

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A

Order Identification Algorithm for the Dynamic Block of a Wiener System

QI Guofang, JING Shaoxue, FAN Mengsong

(School of Physics and Electronic Electrical Engineering, Huaiyin Normal University, Huai'an 223300, China)

Abstract: Because the output of linear dynamic part is not measurable, the existing methods cannot be directly used to determine the order of linear part in a Wiener system. In order to determine the order of the FIR in a Wiener system accurately, a method based on the slope of the residual is proposed. This method obtains FIR order based on the slope of residual curve. This method only uses the measured input-output data to obtain the order of FIR, and need not estimate the parameters of the system. Thus, the proposed method not only reduces the computational burden, but also improves the accuracy of order determination. Numerical simulation validated the proposed algorithm.

Keywords: Wiener system; order identification; residual analysis

1 引言(Introduction)

近年来, 非线性系统的辨识和控制引起了研究人员的广泛关注^[1,2]。模块化非线性系统是一种结构化非线性系统, 由线性动态模块和非线性静态模块组合而成。由于结构简单、实用性强, 模块化非线性系统模型在非线系统建模中获得了广泛应用, 并引起了研究人员的广泛关注^[3,4]。Wiener系统是一种典型的模块化非线性系统, 由一个线性动态模块后面串联一个非线性静态模块组成的。目前, Wiener系统已经被广泛应用于工业系统的建模过程中。

现有的Wiener系统的辨识文献多集中于参数辨识领域: 如文献[5]—文献[8]都是在系统结构已知的情况下对Wiener系统进行参数辨识, 并且假设线性模块的结构形式和阶次、

非线性静态函数的表达形式和阶次都是已知的。然而, 在很多情况下系统的结构和阶次等先验信息并未被研究人员所掌握, 导致辨识无法进行。另外, 在模型结构已知的情况下, 大多数传统算法都是先辨识含有参数乘积项的过参数系统, 随后再进行参数的分离工作以得到待辨识的单个参数向量, 算法的计算量很大, 辨识代价很高, 实时性较差。

基于上述难点, 本文将研究一类Wiener系统的线性模块的阶次辨识问题。该系统的线性动态模块用阶次未知的有限脉冲响应函数(FIR)表示, 非线性反函数为一个阶次已知的多项式函数。

2 问题描述(Problem description)

考虑如图1所示的离散非线性Wiener系统。图1中, $u(k)$ 和

$y(k)$ 分别为系统的输入、输出信号。 $N(\cdot)$ 为线性动态子模块的传递函数, $B(z^{-1})$ 为非线性静态函数。 $x(k)$ 为不可测中间变量。

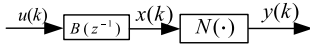


图1 Wiener系统框图

Fig.1 Block diagram of a Wiener system

图1中, 线性动态环节用一个阶次为 n_b 的FIR函数来表示, 其中 n_b 未知(本文所提算法用于辨识 n_b 的数值), 则:

$$x(k) = B(z^{-1})u(k) = b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \dots + b_{n_b}u(k-n_b) = \boldsymbol{\varphi}_b^T(k)\boldsymbol{\theta}_b \quad (1)$$

其中

$$\boldsymbol{\theta}_b = [b_1, b_2, \dots, b_{n_b}]^T \in \mathbb{R}^{n_b \times 1}, \boldsymbol{\varphi}_b(k) = [u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n_b)]^T \in \mathbb{R}^{n_b \times 1} \quad (2)$$

那么, 如图1所示的FIR阶次的辨识问题转化为数据 $\{u(i), y(i)\}_{i=1}^L$ 已知情况下 n_b 的确定问题。

为了辨识线性动态系统的阶次, 传统的方法有残差法、AIC法和预报误差法等。但是, 这些方法都要求线性模块的输入输出是已知的。对于图示的系统, 线性模块的输入可测, 但是输出是无法测量的, 导致现有的方法无法直接应用于上述FIR函数的阶次辨识。一个可行的方法是首先人为设定一个较大的阶次, 然后进行参数辨识, 用辨识到的参数估计值计算未知的中间变量 $x(k)$ 。这种方法不仅计算量大, 而且定阶准确性受参数估计值的影响很大。为了以较小的计算量获得准确的阶次信息, 提出了一种新的定阶方法。

3 FIR函数阶次确定(Order identification of FIR function)

3.1 S2E法

一个简单而有效的阶次检验方法是比较不同阶次的模型对观察数据的拟合的优良度。该优良度用和误差平方和函数计算^[9]。

$$J(n_b) = \sum_{i=1}^L (y(i) - \boldsymbol{\varphi}^T(i)\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b))^2 \quad (3)$$

一般地, $J(n_b)$ 随 n_b 的增加而减小。当 n_b 大于等于真实阶次时, $J(n_b)$ 停止减小, 这一原理可以方便地确定所要求的模型阶次。具体做法如下:

Step 1: 令 $n_b = 1$;

Step 2: 用下式得到线性环节阶次为 n_b 时的参数估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b)$ ^[22]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b) = [\boldsymbol{\Phi}_L^T \boldsymbol{\Phi}_L]^{-1} \boldsymbol{\Phi}_L^T \mathbf{y}_L \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{y}_L = [y(1), y(2), \dots, y(L)]^T \in \mathbb{R}^{L \times 1} \\ \boldsymbol{\varphi}_{n_b}(k) = [u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T \in \mathbb{R}^{n_b \times 1} \\ \boldsymbol{\Phi}_L = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{n_b}^T(1) \\ \boldsymbol{\varphi}_{n_b}^T(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}_{n_b}^T(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{L \times n_b} \end{cases} \quad (5)$$

Step 3: 用 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b)$ 计算残差平方和

$$SSE(n_b) = (\mathbf{y}_L - \hat{\boldsymbol{\Phi}}(n_b)\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b))^T (\mathbf{y}_L - \hat{\boldsymbol{\Phi}}(n_b)\hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b)) \quad (6)$$

Step 4: 令 $n_b = n_b + 1$, 如果 n_b 小于预设的最大值(比如9), 转Step 2, 否则转Step 5;

Step 5: 绘制不同 n_b 时的SSE曲线;

Step 6: 观察曲线确定FIR的真实阶次。

由于该方法利用残差平方和(SSE, S2E)确定FIR阶次, 所以被命名为S2E法。该定阶方法的原理为:

$$\text{Plim}_{L \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\theta}}(n_b) = \begin{cases} \neq \boldsymbol{\theta}(n_0), & n_b < n_0 \\ = \boldsymbol{\theta}(n_0), & n_b = n_0 \\ [\boldsymbol{\theta}(n_0), 0]^T, & n_b > n_0 \end{cases} \quad (7)$$

即

$$\text{Plim}_{L \rightarrow \infty} SSE(n_b) = 0, \quad n_b \geq n_0 \quad (8)$$

3.2 SSE曲线斜率法(S3E)

然而, 定阶过程中, 由于模型的不准确或噪声的影响, SSE在真实阶次处转折并不明显。为了提高定阶的准确性, 提出一种基于SSE曲线斜率的定阶方法, 该方法的步骤如下:

Step 1: 计算SSE并绘制SSE曲线;

Step 2: 计算SSE曲线的斜率角;

Step 3: 计算斜率角的正弦值 ν ;

Step 4: 绘制该正弦值随阶次变化曲线;

Step 5: 根据该定阶曲线确定FIR的阶次。

由于该方法基于SSE曲线斜率角进行FIR定阶的确定, 故被称为SSE斜率定阶法(S3E, Slope of SSE)。

4 数值仿真(Numerical simulation)

考虑如图1所示的Wiener系统, 其中:

$$\begin{cases} B(z^{-1}) = z^{-1} + 1.5z^{-2} + 1.2z^{-3} + 1.9z^{-4} \\ y(k) = \sqrt[3]{5x(k)} + 1 \end{cases} \quad (9)$$

辨识时, 输入采用幅值在[0,0.5]的均匀分布的随机数并添加了幅值为1的偏移量。辨识初值设置如下: 参数初始值设为 10^{-6} , 各增益矩阵元素初值为1, 各协方差矩阵初值为元素全为 10^6 的方阵。可以看出, 系统FIR的真实阶次为4。

4.1 S2E和S3E定阶方法比较

为了验证S3E的定阶能力, 利用其进行了阶次辨识, 得到的曲线如图2所示的实线所示。

从图2中容易看出, S3E曲线斜率在 $n_b \geq 4$ 以后变化不再显著, 因此, 可以确定待估计的FIR阶次为4, 与系统的实际阶次一致, 表明所提S3E方法是有效的。作为对比, 图中还给出了S2E方法的曲线(虚线), 但是, S2E方法的曲线没有明显的拐点出现, 无法准确地判断FIR的阶次。表明本文所提S3E方法较S2E方法更容易给出准确的阶次估计。为了能将两条曲线放在同一图中对比, S2E和S3E的数值都用Z-Score方法进行了标准化处理。

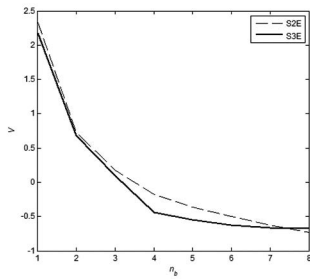


图2 S2E和S3E法的定阶曲线

Fig.2 Order identification curves of S2E and S3E

4.2 不同非线性强度下的S3E定阶结果

由于在进行FIR定阶时,多项式的阶次并不一定事先确定,为了验证所提定阶方法在不同强度非线性多项式时的性能,将式(9)非线性函数的阶次依次取为如下的形式 $y(k) = \sqrt[p]{5x(k)} + 1$, 其中 $p = 1, 3, 5, 9$, 得到的定阶曲线如图3所示。

从图3容易看出,在四种非线性强度下,三条曲线的斜率都在 $n_b = 4$ 以后发生了明显的变化,表明待阶的线性FIR阶次为4,与阶次真实值一致。从而证实了所提算法在不同非线性强度下均能正确地对线性动态模块的阶次进行判定。

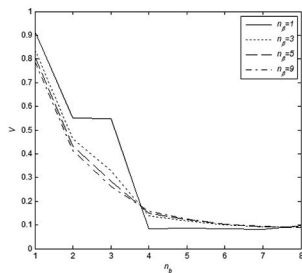


图3 不同非线性强度下S3E法定阶曲线

Fig.3 Order identification curves of S3E method under different nonlinear strength

4.3 不同FIR阶次时的S3E定阶结果

为了验证S3E方法在不同FIR阶次时的定阶能力,将式(9)中线性FIR函数分别取为 $B(z^{-1}) = z^{-1} + 1.5z^{-2} + 1.2z^{-3} + 1.9z^{-n_b}$, $n_b = 4, 5, 6$, 用S3E进行定阶,得到的定阶曲线如图4所示。

由图4可见,三种情况下, S3E曲线的斜率分别在 $n_b = 4, 5$ 和6的时刻发生了显著的变化,可以判定此时的定阶结果分别为4、5和6,与FIR的实际阶次一致。表明S3E方法对于阶次不同的FIR函数都能给出正确的阶次信息。

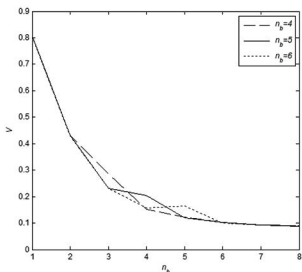


图4 不同FIR阶次时S3E方法的定阶曲线

Fig.4 Order identification curves of S3E method under different FIR length

5 结论(Conclusion)

为了辨识一类Wiener系统的FIR函数的阶次,在传统残差方法的基础上,提出了一种残差曲线斜率法。该法首先直接利用系统的输入输出数据计算残差平方和,然后绘制残差曲线,再计算残差曲线斜率以用于FIR阶次的确定。数值仿真表明,所提的S3E定阶算法针对不同非线性强度和不同FIR阶次的Wiener系统,均能给出正确的FIR阶次估计。

参考文献(References)

- [1] Jing S, Pan T, Li Z. Variable Knot-Based Spline Approximation Recursive Bayesian Algorithm for the Identification of Wiener Systems with Process Noise[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(4): 2293–2303.
- [2] Li J, Zheng W X, Gu J, et al. A Recursive Identification Algorithm for Wiener Nonlinear Systems with linear State-Space Subsystem[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(6): 2374–2393.
- [3] Ahmed-Ali T, Tiels K, Schoukens M, et al. Sampled-Data Based State and Parameter Estimation for State-Affine Systems with Uncertain Output Equation[J]. IFAC-Papers On Line, 2018, 51(15): 491–496.
- [4] 景绍学, 李正明. Hammerstein-Wiener系统的递推贝叶斯参数辨识算法[J]. 计算机应用研究, 2017(02): 105–107.
- [5] 陈山, 宋樱, 房胜男, 等. 基于头脑风暴优化算法的Wiener模型参数辨识[J]. 控制与决策, 2017, 32(12): 2291–2295.
- [6] Wang D, Ding F. Least squares based and gradient based iterative identification for Wiener nonlinear systems[J]. Signal Processing, 2011, 91(5): 1182–1189.
- [7] 景绍学, 李正明. Wiener系统的变聚点样条逼近递推贝叶斯算法[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 13–21.
- [8] Li G, Wen C. Identification of wiener systems with clipped observations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(60): 3845–3852.
- [9] 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.

作者简介:

祁国芳(1998–), 男, 本科生. 研究领域: 系统辨识.

景绍学(1976–), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 系统辨识, 参数估计. 本文通讯作者.

范梦松(1997–), 女, 本科生. 研究领域: 系统辨识.