

# 基于扩展卡尔曼滤波算法的锂电池剩余电量估计方法研究

李田丰, 王富洲, 徐潇凡

(上海理工大学机械工程学院, 上海 200093)

✉18301926973@163.com; 2766554390@qq.com; xu.xiaofan@163.com



**摘要:** 针对非线性系统锂电池剩余电量(State of Charge, SOC)估计常用算法——安时积分法初值精度要求高、累计误差大的问题, 提出了基于扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)算法的SOC估计方法。通过建立合理的电池模型, 利用MATLAB仿真在恒流工况下证明: 安时积分法的平均误差为2.7%, EKF算法在无初始误差和存在初始误差两种工况下降低平均误差分别为0.97%和1.3%。最后通过ADVISOR 2002软件仿真验证了锂电池工作在两种动态电流工况下, 基于EKF的SOC估计平均误差分别为1.06%、1.13%, 符合SOC估计精度要求。

**关键词:** EKF算法; SOC估计; ADVISOR; 非线性系统

**中图分类号:** TP39 **文献标识码:** A

## Research on the Estimation of State of Charge of Lithium Battery based on Extended Kalman Filter Algorithm

LI Tianfeng, WANG Fuzhou, XU Xiaofan

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

✉18301926973@163.com; 2766554390@qq.com; xu.xiaofan@163.com

**Abstract:** As a traditional algorithm for estimating the state of charge (SOC) of lithium battery in nonlinear systems, ampere-hour integral method requires high initial value accuracy and produces large cumulative error. In view of these problems, this paper proposes an SOC estimation method based on Extended Kalman Filter (EKF). By establishing a reasonable battery model, MATLAB (Matrix & Laboratory) simulation under constant current conditions shows that the average error of ampere-hour integral method is 2.7%, and the average error of EKF algorithm is reduced to 0.97% without initial error and 1.3% with initial error. Finally, through the simulation of ADVISOR 2002 software, it is verified that under two dynamic current conditions, the average error of SOC estimation based on EKF is 1.06% and 1.13% respectively, which meets the requirements of SOC estimation accuracy.

**Keywords:** EKF algorithm; SOC estimation; ADVISOR; nonlinear system

### 1 引言(Introduction)

随着全球范围内化石能源短缺和环境污染问题的加剧, 以锂离子电池为代表的清洁能源应用领域逐渐扩大<sup>[1]</sup>。针对锂离子电池组准确的SOC估计不仅可以高效使用电池组剩余电量, 还能合理保护电池组, 延长使用寿命<sup>[2-3]</sup>。本文首先针对目前在SOC估计中使用最广泛的安时积分法进行实验, 证明该方法存在缺点; 之后提出基于EKF算法的SOC估计方法,

通过理论研究和仿真实验, 证明相较于安时积分法, EKF算法不仅可以有效提高SOC估计精度, 还可以有效修正初始值造成的累计误差。同时为了提高基于EKF算法的SOC估计方法的通用性, 通过ADVISOR 2002软件仿真验证了当电池组工作电流为动态电流时, 即UDDS(Urban Dynamometer Driving Schedule)工况和CLTC-P(China Light-duty Vehicle Test Cycle-Passenger)工况下, 基于EKF算法的

SOC估计精度。通过本文方法研究，不仅可以提高电池SOC估计精度，为电池管理提供坚实的基础，也使锂离子电池应用场景下的系统管理更加便利。

## 2 基于安时积分法的SOC估计的优缺点(Advantages and disadvantages of SOC estimation based on ampere-hour integral method)

当前，基于安时积分法的SOC估计应用最为广泛，因为安时积分法不仅计算简单，同时对硬件的要求较低<sup>[4]</sup>。假设在放电初期电池的荷电状态为 $SOC_0$ ，利用标准恒流放电实验，经过一定放电时间 $t$ 的电池荷电状态 $SOC$ 为：

$$SOC = SOC_0 - \frac{1}{Q} \int_0^t I dt \quad (1)$$

式(1)中， $Q$ 表示电池的额定容量， $I$ 表示电池的放电电流。当采样时间间隔足够小时，可以利用离散点来代替积分运算，如式(2)所示：

$$SOC = SOC_0 - \sum \frac{1}{Q} I \Delta t \quad (2)$$

基于安时积分法的SOC估计实验利用标准恒流放电时的工作电流数值 $I$ ，假设SOC初始值为1，使用单片机定时器实现1s采样间隔，并在1s定时完成后进入定时器中断程序，计算得到相应时刻的SOC值。整个安时积分法估计实验持续7,200s，共得到7,200个SOC实验值并将其导入Excel表格，同时以标准积分运算所得数值作为理论值，将全部SOC实验值和SOC理论值描点作图，得到如图1所示的实验结果。

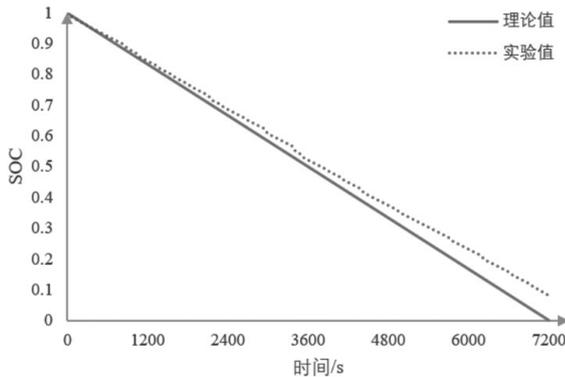


图1 安时积分法实验结果

Fig.1 Experimental results of ampere-hour integral method

如图1所示，安时积分法对SOC估计的初值准确度要求高，而且在SOC估计的过程中，由于电流采样精度等因素也会造成累积误差，利用图1中所使用的SOC估计理论值和实验值，平均误差 $= \sum [(实验值 - 理论值) / 理论值] / 7200$ ，计算得到平均误差为2.7%。为了提高SOC估计的精度，下文主要对EKF算法进行理论与仿真验证。

## 3 基于EKF算法的SOC估计(SOC estimation based on EKF algorithm)

电池组本身是一个极其复杂的非线性系统，同时电池组

的SOC与电池组端电压之间也呈非线性关系，所以选择基于EKF算法对电池组进行SOC估计更加合适。使用EKF算法首先要建立相应的电池系统模型，再结合状态方程和观测方程来进行SOC估计。

### 3.1 EKF算法原理

EKF算法是通过状态空间模型把非线性系统线性化，再利用标准卡尔曼滤波算法实现状态变量的最优估计。对于非线性系统，系统状态空间模型如下：

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (3)$$

$$z_k = g(x_k, u_k) + v_k \quad (4)$$

式(3)为状态方程，式(4)为观测方程。在每一时刻对 $f(x_k, u_k)$ 和 $g(x_k, u_k)$ 进行泰勒展开，同时省略二次及以上的高次项，然后对泰勒展开式线性化处理，假设 $f(x_k, u_k)$ 和 $g(x_k, u_k)$ 在各时间点可微，则如式(5)、式(6)所示：

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x_k, u_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \bar{x}_k} \quad (5)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial g(x_k, u_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \bar{x}_k} \quad (6)$$

其中， $f(x_k, u_k)$ 表示非线性系统状态转移函数， $g(x_k, u_k)$ 表示非线性系统测量函数。在预测估计阶段利用 $f(x_{k-1}^+, u_{k-1})$ 代替 $A_{k-1}x_{k-1}^+ + B_{k-1}u_{k-1}$ ，在最优估计阶段利用 $g(x_k^-, u_k)$ 代替 $C_k x_k^- + D_k u_k$ ，其具体步骤与卡尔曼滤波相同。EKF算法流程图如图2所示。

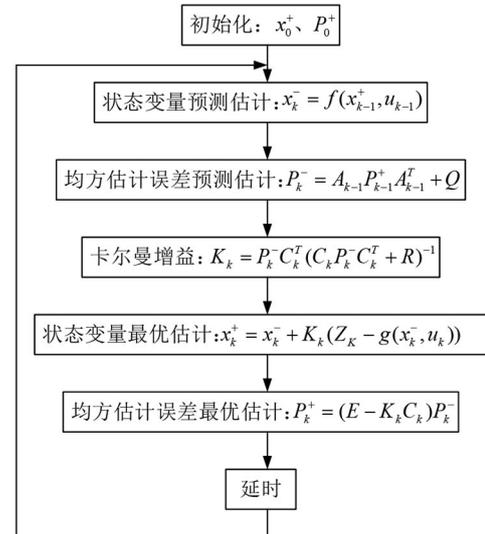


图2 EKF算法流程图

Fig.2 Flow chart of EKF algorithm

### 3.2 电池系统建模

利用EKF算法进行电池SOC估计的第一步是建立相应的电池状态方程和观测方程。根据Thevenin等效电路模型，可以建立电池状态方程如式(7)、式(8)所示，观测方程如式(9)

所示：

$$i(t) = \frac{u_c(t)}{R_1} + C_1 \frac{du_c}{dt} \quad (7)$$

$$SOC(t) = SOC(t_0) - \frac{\int_{t_0}^t idt}{Q_0} \quad (8)$$

$$V(t) = E(t) - R_0 \times i(t) - u_c(t) \quad (9)$$

其中， $u_c(t)$  是极化电容两端电压， $V(t)$  是电池端电压，根据开路电压与剩余电量之间的关系式可以得到， $SOC(t)$  是  $t$  时刻电池的SOC值。

基于EKF算法的SOC估计中，选择电池SOC和极化电容两端的电压  $u_c(t)$  作为系统状态变量，得到锂离子电池的二维状态方程并进行离散化，得到了离散化后的二维离散状态方程，如式(10)所示：

$$\begin{bmatrix} SOC(k+1) \\ u_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC(k) \\ u_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\Delta t}{R_1 C_1} \\ R_1(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}}) \end{bmatrix} \times i(k) \quad (10)$$

选择电池端电压  $V(t)$  作为观测变量，根据式(6)进行线性化处理，建立锂离子电池的观测方程，对其进行离散化处理，得到了离散化后的离散观测方程，如式(11)所示：

$$[V(k)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial V(SOC)}{\partial SOC} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC(k) \\ u_c(k) \end{bmatrix} - R_0 \times i(k) \quad (11)$$

根据离散状态方程(10)和离散观测方程(11)，可以确定EKF算法中状态方程和观测方程的系数矩阵依次为：

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}} \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta t}{R_1 C_1} \\ R_1(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}}) \end{bmatrix}, C_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial V(SOC)}{\partial SOC} & -1 \end{bmatrix}, D_k = -R_0$$

### 3.3 基于EKF算法的SOC估计实现

基于EKF算法的SOC估计中，系统输入量为工作电流  $u(k) = I(k)$ ，输出量为电池端电压  $z(k) = V$ ，状态量即待估计量为  $x = [x_1 \ x_2]^T$ 。其中  $x_1 = SOC$ ， $x_2 = U_c$ ，即为电池SOC和极化电压。

根据EKF算法原理，首先要初始化状态量  $SOC$ 、 $U_c$  和均方估计误差  $P_0^+$ ，通过测量静置超过1 h的电池可以得到电池的端电压OCV，从而得到  $SOC_0^+$ 。而  $U_c$  无法直接获得初始值，因此通常假设其初始值为  $U_{c0}^+ = 0$ 。均方估计误差  $P_0^+$  对SOC估计影响较小，通常取  $P_0^+ = 1$ 。其次要明确系统噪声  $w_k$  的协方差  $Q$  和测量噪声  $v_k$  的协方差  $R$ ，它们要符合锂电池实际工作情况才能保证仿真的可靠度，根据锂电池一般仿真经验，通常取  $Q = R = 0.5$ 。

明确以上几点后，EKF算法的具体实现步骤如下：

(1)根据Thevenin等效电路模型建立两个符合基尔霍夫定律的电路关系，一个作为利用EKF算法进行SOC估计的状态方程之一，另一个作为利用EKF算法进行SOC估计的观测方程。

(2)根据SOC估计的安时积分法计算公式，是利用EKF算法进行SOC估计的状态方程之一。

(3)对步骤(1)、步骤(2)中建立的状态方程和观测方程进行离散化处理，以确定EKF算法中所需的系数矩阵。

(4)设置根据实验数据和经验确定的  $SOC_0^+$ 、 $U_{c0}^+$ 、 $P_0^+$ 、 $Q$ 、 $R$ ，并将符合仿真实验条件的工作电流参数输入EKF算法中。

(5)启动编写的EKF算法程序，经过EKF的递推运算的修正，SOC估计值不断接近SOC理论值，同时以SOC取值范围为0—1作为EKF终止递推的条件。

综上所述，EKF算法实现步骤如图3所示。其中，利用EKF算法进行SOC估计的关键代码如图4所示。

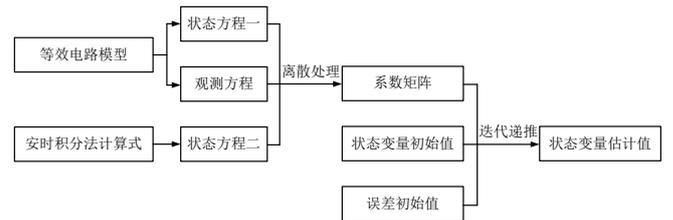


图3 EKF算法实现步骤

Fig.3 Implementation steps of EKF algorithm

```

xhat(:,1)=[0.9;0]; %初始化状态变量
P0=eye(n);
P(:,1)=P0; %初始化均方估计误差
xhat(:,k)=A*xhat(:,k-1)+B*I; %状态变量预测估计
P1(:,k)=A*P(:,k-1)*A'+Q; %均方估计误差预测估计
ghat(:,k)=2.716*xhat(1,:k).^5-8.676*xhat(1,:k).^4;
+10.58*xhat(1,:k).^3-5.337*xhat(1,:k).^2;
+1.5*xhat(1,:k)+3.413; %OCV-SOC关系
C(1,1,k)=5*2.716*xhat(1,:k).^4-4*8.676*xhat(1,:k).^3;
+3*10.58*xhat(1,:k).^2-2*5.337*xhat(1,:k);
+1.5;
C(1,2,k)=-1;
z(k)=C(:,k)*x(:,k)+D*I+v;
zhat(k)=C(:,k)*x(:,k)+D*I; %观测方程
P2(:,k)=P1(:,k)*C(:,k)';
K(:,k)=P2(:,k)*inv(C(:,k)*P2(:,k)+R); %卡尔曼增益计算
xhat(:,k)=xhat(:,k)+K(:,k)*(z(k)-C(:,k)*xhat(:,k)); %状态变量最优估计
P(:,k)=P1(:,k)-K(:,k)*P2(:,k); %均方估计误差最优估计
  
```

图4 EKF算法关键代码

Fig.4 Key code of EKF algorithm

利用上述实验步骤，针对两种不同的SOC初始值工况进行仿真：

工况一：设置  $SOC=1$  为理论初始值，设定EKF算法估计初始值为  $SOC_0=1$ 。

如图5所示，随着递推运算不断进行，SOC估计仿真值不断逼近理论值，根据SOC估计仿真值和SOC估计理论值，结合平均误差计算公式得到平均误差为0.97%。

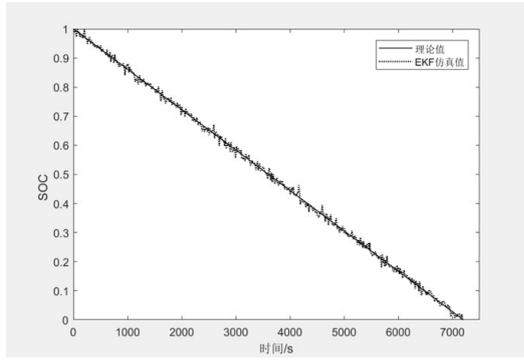


图5 工况一的SOC估计仿真实验结果

Fig.5 Simulation results of SOC estimation under condition 1

工况二：设置SOC=1为理论初始值，设定EKF算法估计初始值为 $SOC_0=0.9$ ，即加入了初始误差。

如图6所示，虽然将初始SOC设置了10%的误差，但随着EKF算法递推运算的进行，实现了对初始误差的不断校正，SOC估计仿真值不断逼近理论值，最终根据SOC估计仿真值和SOC估计理论值，结合平均误差计算公式得到平均误差为1.3%。由此说明，基于EKF算法的SOC估计在存在初始误差且误差较大的情况下，有较好的校正效果。

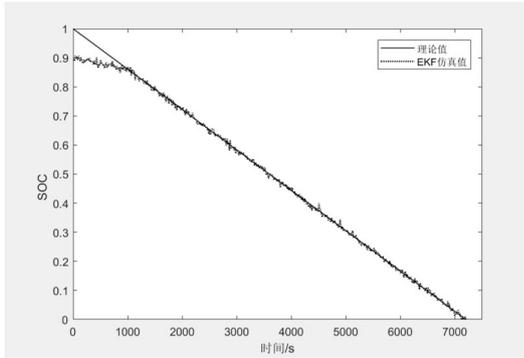


图6 工况二的SOC估计仿真实验结果

Fig.6 Simulation results of SOC estimation under condition 2

通过以上两组实验的结果可以分析得到：无论SOC初始值如何，SOC估计仿真值都可以很快收敛到理论值附近。

### 4 基于ADVISOR的动态电流工况SOC估计仿真 (SOC estimation simulation under dynamic current condition based on ADVISOR)

以上工作建立在实验室恒流放电仿真条件下，在实际应用中可以通过仿真技术获得电池组在动态电流工况下的各项数据指标<sup>[5-6]</sup>。ADVISOR 2002利用开放式的.m、.mdl文件建立符合条件的仿真模型，采用模块化的设计方式，通过可视化的图形操作界面，修改整车模型的每一个子模块<sup>[7-8]</sup>。

本文使用ADVISOR 2002验证EKF算法在锂离子电池作为电动汽车唯一动力源，即电池在动态电流工况下的估算效

果，算法验证流程如图7所示。

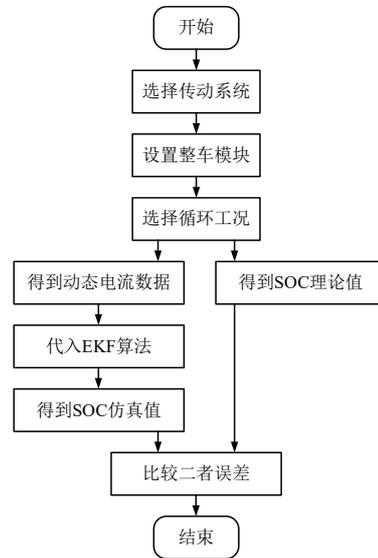


图7 动态电流工况EKF算法验证流程图

Fig.7 Flow chart of EKF algorithm under dynamic current condition

ADVISOR的设置主要包括传动系统选择、整车模块设置以及循环工况的选择和建立。传动系统选择具有代表性的典型传动系统模型，即美国通用公司1996年发布的GM-EV1型电动汽车<sup>[9]</sup>，其主要规格如表1所示。

表1 GM-EV1汽车主要规格

Tab.1 Main specifications of GM-EV1 cars

GM-EV1汽车	规格
车身尺寸	4309 mm × 1766 mm × 1281 mm
轴距	2512 mm
最高车速	128 km/h
电池组容量	100 Ah
锂离子总电压	344 V
电池组质量	519 kg
整车质量	1455 kg

整车模块主要设置车身、电机、车轮与电池。电池模块设置是本文的重点，如图8所示，通过修改ADVISOR2002\data\energy\_storage\ESS\_LI7\_rc\_temp.m文件可以设置符合条件的电池参数。

```

ess_soc=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1] % SOC取值
ess_ocv=[3.439 3.518 3.585 3.615 3.645 3.7 3.783 3.874 3.974 4.077 4.199;
3.439 3.518 3.585 3.615 3.645 3.7 3.783 3.874 3.974 4.077 4.199;
3.439 3.518 3.585 3.615 3.645 3.7 3.783 3.874 3.974 4.077 4.199]
%由OCV-SOC曲线得到的与SOC对应的开路电压 (V)
ess_module_num=96; %电池节数
ess_min_volts=2.75; %放电截止电压 (V)
ess_max_volts=4.2; %充电截止电压 (V)
ess_module_mass=5.2; %每节电池的重量 (kg)

```

图8 电池模块设置.m文件

Fig.8 .m file of battery module settings

ADVISOR 2002本身提供的循环工况可以模拟汽车行驶过程中经常遇到的频繁启停与加减速度等情况<sup>[10]</sup>，对应锂离子电池频繁改变的动态电流工况。本文选择的循环工况是最具有代表性的UDDS工况和最符合中国城市道路情况的CLTC-P工况。

UDDS即城市循环工况，整个工况时长1,369 s，里程11.99 km，最高时速91.25 km/h，最大加速度1.48 m/s<sup>2</sup>，怠速时长259 s<sup>[11]</sup>。图9、图10依次表示UDDS工况的速度随时间变化情况、电流随时间变化情况。

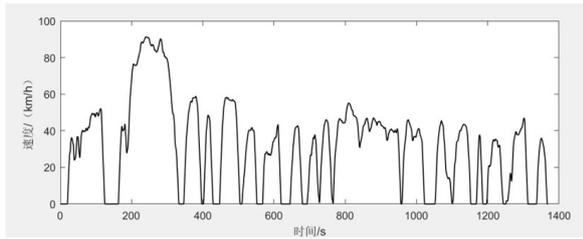


图9 UDDS工况速度变化情况

Fig.9 Speed change under UDDS working condition

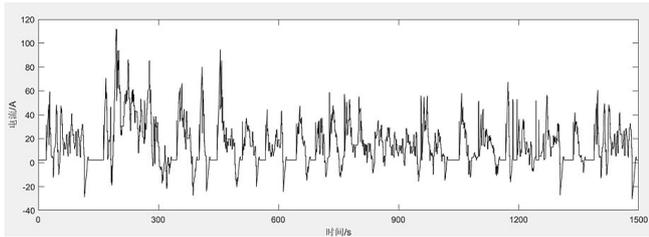


图10 UDDS工况电流变化情况

Fig.10 Current change under UDDS working condition

利用ADVISOR提供的UDDS工况下的动态电流数据，通过EKF算法进行仿真验证，得到SOC估计仿真值数据，以ADVISOR仿真提供的SOC值作为SOC估计真实参考值数据。通过描点作图得到UDDS工况下的EKF算法仿真实验结果如图11所示。

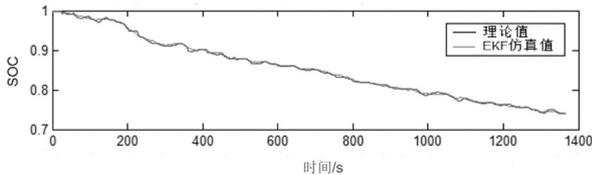


图11 EKF算法仿真结果(UDDS工况)

Fig.11 Simulation results of EKF algorithm (UDDS working condition)

由图11可以看出EKF算法收敛。根据SOC估计仿真值和SOC估计理论值，结合平均误差计算公式，通过计算得到SOC估计平均误差为1.06%，符合锂电池估计精度要求。

我国于2019年10月25日正式发布符合中国路况的CATC(China Automotive Test Cycle)工况。其中CLTC-P工况是CATC工况中的乘用车部分，在我国41个城市采集

了5,050辆车共计5,500万公里车辆行驶数据，填补了国内空白。本文采用CLTC-P行驶工况作为仿真循环工况，工况持续时间1,800 s，其中低速区间时长674 s，中速区间时长693 s，高速区间时长433 s，平均车速为29 km/h，最快速度为114 km/h<sup>[12]</sup>。

ADVISOR中默认的循环工况较少，尤其没有符合中国道路工况相关数据，所以需要在ADVISOR中添加CLTC-P工况。将CLTC-P工况的速度时间数据导入MATLAB工作空间中保存为.mat文件，可以得到如图12所示的CLTC-P工况速度变化情况。

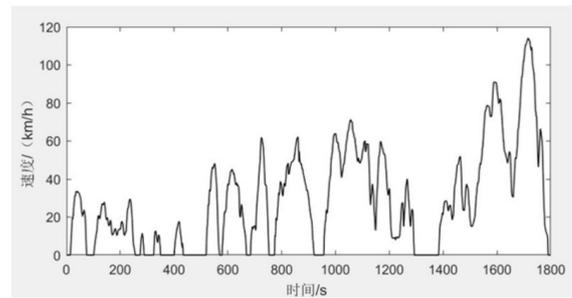


图12 CLTC-P工况速度变化情况

Fig.12 Speed change under CLTC-P working condition

设置电池初始SOC为1，利用ADVISOR提供的CLTC-P工况下的动态电流数据，通过EKF算法进行仿真，得到SOC估计仿真值数据。以ADVISOR提供的SOC值作为SOC估计理论参考值数据。描点作图得到的针对CLTC-P工况下EKF算法仿真结果如图13所示。

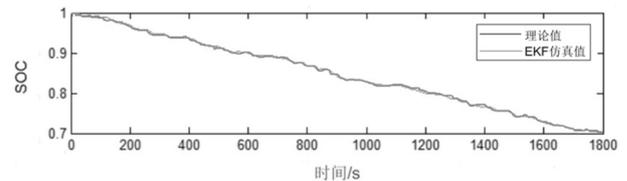


图13 EKF算法仿真结果(CLTC-P工况)

Fig.13 Simulation results of EKF algorithm (CLTC-P working condition)

由图13可以看出EKF算法收敛。根据SOC估计仿真值和SOC估计理论值，结合平均误差计算公式得到SOC估计平均误差为1.13%，符合锂离子电池估计精度要求。

综上所述，EKF算法对动态电流工况下的SOC估计仍然具有较好的仿真效果，由此证明在SOC估计中引入EKF算法明显优于安时积分法的估计精度。

### 5 结论(Conclusion)

锂离子电池是典型的非线性系统，在对其重要的参数SOC进行估计时，安时积分法在应用中随着使用时间增加误差会逐渐累积。与之相比，EKF算法对SOC初始值的精度要求不高，可以在初始值存在较大误差时，经过递推迭代对估

算误差不断修正,使SOC估计值向真实值逐渐逼近。进一步地,为了验证EKF算法的实用性,利用ADVISOR 2002在动态电流工况下仿真SOC估计精度,将实验室恒流工况推广到应用场景下的动态工况,并选择最有代表性的传统工况UDDS和最符合中国道路的工况CLTC-P,为基于EKF算法的SOC估计方法提供了理论支持。

## 参考文献(References)

- [1] 王彩娟,朱相欢,田宏锦,等.解析电动汽车电池管理系统新国标GB/T 38661—2020[J].电池工业,2021,25(03):160-164.
- [2] YE M, GUO H, CAO B. A model-based adaptive state of charge estimator for a lithium-ion battery using an improved adaptive particle filter[J]. Applied Energy, 2017, 190:740-748.
- [3] 倪欣.电动汽车锂离子电池管理系统设计[D].杭州:浙江科技学院,2021.
- [4] CHEN M, RINCON-MORA G A. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and I-V performance[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2006, 21(2): 504-511.
- [5] 袁明虎.基于Multi-Agent的电动汽车充电管理研究及仿真软件开发[D].成都:电子科技大学,2014.
- [6] 旷水章,王虎,周阁成.基于ADVISOR的混合动力汽车动力系统仿真分析[J].时代汽车,2020(24):93-94.
- [7] BAISDEN A C, EMADI A. ADVISOR-based model of a battery and an ultra-capacitor energy source for hybrid electric vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(1):199-205.
- [8] 杨培刚,周育才,刘志强,等.基于ADVISOR的纯电动汽车复合电源建模与仿真[J].电力科学与技术学报,2015(3):66-71.
- [9] 周溪召,刘启超.基于K-means聚类分析的汽车行驶工况构建[J].物流科技,2020,43(11):93-96.
- [10] 卢立来.基于路况信息预测的插电式混合动力汽车能量管理策略研究[D].重庆:重庆大学,2015.
- [11] 申晓康.基于无迹卡尔曼滤波算法的电动汽车动力电池SOC估计[D].西安:长安大学,2017.
- [12] 闫祯.中国汽车行驶工况标准正式发布[J].中国汽车,2019(11):6-7.
- [13] 李田丰(1995-),女,硕士,助理实验师.研究领域:电池管理,物联网.
- [14] 王富洲(2001-),男,本科生.研究领域:电气工程及其自动化.
- [15] 徐潇凡(2000-),男,本科生.研究领域:电气工程及其自动化.

## 作者简介:

李田丰(1995-),女,硕士,助理实验师.研究领域:电池管理,物联网.

王富洲(2001-),男,本科生.研究领域:电气工程及其自动化.

徐潇凡(2000-),男,本科生.研究领域:电气工程及其自动化.

(上接第11页)

2012, 217/218/219/220:247-261.

- [4] 刘昌黎,唐朝生,孙凯强,等.土体龟裂力学机理及理论模型研究进展[J].工程地质学报,2018,26(02):296-308.
- [5] 唐舟进,任峰,彭涛,等.基于迭代误差补偿的混沌时间序列最小二乘支持向量机预测算法[J].物理学报,2014,63(05):78-87.
- [6] SELESON P, BENEDDINE S, PRUDHOMME S. A force-based coupling scheme for peridynamics and classical elasticity[J]. Computational Materials Science, 2013, 66:34-49.
- [7] CHANG F K, CHANG K Y. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations[J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(9):834-855.
- [8] TAN S C. A progressive failure model for composite laminates containing openings[J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(5):556-577.
- [9] 刘贞谷.基于近场动力学的复合材料单向板渐进损伤模拟与实验研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2017.
- [10] OTERKUS E, MADENCI E. Peridynamic analysis of fiber-

reinforced composite materials[J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2012, 7(1):45-84.

- [11] 曹卓.近场动力学与机器学习融合下的动态监测系统研发[D].贵阳:贵州大学,2020.
- [12] 孙朝阳.层合板冲击损伤率效应的近场动力学模拟与分析[D].南京:南京航空航天大学,2016.
- [13] 胡祎乐.基于近场动力学的FRP层压板建模与分析[D].上海:上海交通大学,2013.

## 作者简介:

周吉(1996-),男,硕士生.研究领域:近场动力学理论,数值仿真算法.

钱松荣(1972-),女,博士,教授.研究领域:近场动力学理论,人工智能.本文通讯作者.

冉秀(1997-),女,硕士生.研究领域:近场动力学理论,应力腐蚀.

徐峥匀(1998-),男,硕士生.研究领域:近场动力学理论,人工智能.