

基于矩阵快速填充的P-FFT分析目标电磁散射问题研究

朱锦新, 郑永涛, 孔维宾, 毕奥燃

(盐城工学院信息工程学院, 江苏 盐城 224051)

✉zjx@ycit.edu.cn; 1789147061@qq.com; kongweibin2007@sina.com; 192977030@qq.com



摘要: 针对预修正快速傅里叶变换(P-FFT)方法的近场矩阵填充速度和效率不高的问题, 利用快速填充技术减少近场矩阵的计算时间, 分析电大目标的电磁特性。采用预修正快速傅里叶变换方法, 不仅能够减少存储需求, 而且能够加快远场的矩阵矢量积。重点研究了基于三角形配对的快速填充方法, 通过提取基函数测试配对积分过程中的共享积分部分, 对近场矩阵元素进行填充, 提高了计算效率。数值结果表明, 基于三角形配对的预修正快速傅里叶变换方法可以减少近场部分的计算时间, 从而提高算法的效率。

关键词: 矩量法; 预修正快速傅里叶变换方法; 电磁散射; 近场矩阵

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A

Research on Analyzing Electromagnetic Scattering Problems of Targets by P-FFT based on Matrix Fast Filling

ZHU Jinxin, ZHENG Yongtao, KONG Weibin, BI Aoran

(School of Information Technology, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China)

✉zjx@ycit.edu.cn; 1789147061@qq.com; kongweibin2007@sina.com; 192977030@qq.com

Abstract: Aiming at the low filling speed efficiency of the near-field matrix in the P-FFT (Pre-corrected Fast Fourier Transform) method, this paper proposes to use fast filling technique to reduce calculation time of the near-field matrix, which is used to analyze the electromagnetic characteristics of the electrically large target. The P-FFT method not only reduces storage requirements, but also speeds up the far-field matrix-vector product. The fast filling method based on triangle pairing is mainly studied. By extracting the shared integral part of the paired integration process of the basis function test, the near-field matrix elements are filled and the calculation efficiency is improved. Numerical results show that the P-FFT method based on triangle pairing can reduce the computation time of the near-field part, thereby improving the efficiency of the algorithm.

Keywords: method of moment; pre-corrected fast Fourier transform method; electromagnetic scattering; near-field matrix

1 引言(Introduction)

矩量法作为一种精确的数值方法, 被广泛应用于分析各种复杂的电磁问题^[1-2]。然而, 矩量法的存储量和计算量都很大, 限制了求解电磁问题的规模。为了解决矩量法的局限性, 许多人开始研究基于矩量法的快速算法。快速算法大体上可以分为两类: 一类是与积分核相关的算法, 如快速多级子算法(FMM)^[3]、多层快速多极子(MLFMA)^[4-5]和多层格林函数插值方法(MLGFIM)^[6], 以及基于快速傅立叶变换的方

法, 如自适应积分方法(AIM)、预修正快速傅里叶变换方法(P-FFT)、积分方程快速傅里叶变换(IE-FFT)等^[7-11]。另一类是矩阵压缩方法, 如自适应交叉逼近(ACA)算法^[12]、骨架化^[13]等。

本文提出了一种结合近场矩阵快速填充的预修正快速傅里叶变换(P-FFT)方法来分析电大目标的电磁特性。采用P-FFT方法可加快矩阵矢量乘法的求解速度。此外, 阻抗矩阵存储稀疏, 减少了内存需求。同时, 采用基于三角形配对

的快速填充方法生成近场矩阵，能够提高计算速度。

2 理论基础(Theoretical basis)

2.1 矩量法

为了用矩量法数值求解电场积分方程(EFIE)和磁场积分方程(MFIE)，首先将导体表面划分为三角形，然后用RWG基函数展开式表示的电流密度代入：

$$\vec{E}^i(\vec{r})|_{\text{tan}} = j\omega\mu \int_{S_m} [\vec{J}_s(\vec{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla' \cdot \vec{J}_s)] G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' |_{\text{tan}} \quad (1)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}^i = \frac{\vec{J}_s(\vec{r}')}{2} - \hat{n} \times P.V. \int_{S_m} \vec{J}_s(\vec{r}') \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (2)$$

其中，公式(2)中的P.V.是柯西主值积分。

使用伽辽金法，RWG基函数 $\vec{f}_m(\vec{r})$ 用作测试基函数，以测试公式(1)和公式(2)：

$$Z_{mn}^{EFIE} = jk\eta \int_{S_m} ds \vec{J}_m(\vec{r}) \cdot \int_{S_n} G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}_n(\vec{r}') ds' - j \frac{\eta}{k} \int_{S_m} ds [\nabla \cdot \vec{J}_m(\vec{r})] \cdot \int_{S_n} G(\vec{r}, \vec{r}') [\nabla \cdot \vec{J}_n(\vec{r}')] ds' \quad (3)$$

$$Z_{mn}^{MFIE} = \frac{1}{2} \int_{S_m} \vec{J}_m(\vec{r}) \cdot \vec{J}_n(\vec{r}') ds + \int_{S_m} ds [\hat{n} \times \vec{J}_m(\vec{r})] \cdot \int_{S_n} \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \vec{J}_n(\vec{r}') ds' \quad (4)$$

式中， k 和 η 表示自由空间中的波数和波阻抗。 $\vec{J}_m(\vec{r})$ 和 $\vec{J}_n(\vec{r}')$ 分别是测试函数和基函数，并且 S_m 和 S_n 是它们的支持集。公式(3)和公式(4)是一系列线性方程式，其缩写如下：

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m, \quad m=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

向量形式的表达式(5)可以更简洁地写成以下矩阵方程：

$$ZI=V \quad (6)$$

其中包括未知电流密度 I 、阻抗矩阵元素 Z 和激励向量 V 。

单个电场积分方程和单个磁场积分方程在处理封闭结构时可能会遇到内共振现象。也就是说，由电场积分方程和磁场积分方程组成的矩量法矩阵在某些频率点几乎是奇异的或条件数较大。然而，电场积分方程的共振频率与磁场积分方程的共振频率不同，因此，组合场积分方程(CFIE)由电场积分方程和磁场积分方程线性组合而成：

$$CFIE = \gamma EFIE + (1-\gamma) MFIE \quad (7)$$

其中，参数 $\gamma \in [0, 1]$ 一般选择为0.5。CFIE不仅保证了高精度，而且矩阵条件数小。

2.2 P-FFT方法

在P-FFT中，将基函数投影到相应的网格上，并通过插值网格的电势来获得基函数的电势。在应用P-FFT之前，需要构造一个包含整个解域的立方体。立方体均匀地划分为一系列网格，网格进一步均匀地划分为一系列网格。一般来说，P-FFT可分为四个步骤：投影、卷积、插值和预校正。最后，通过P-FFT得到的 Z_{mn} 近似表达式为：

$$\begin{aligned} Z_{mn}^{P-FFT} &= (Z_{mn} - Z_{mn}^{(P-FFT)-far}) + Z_{mn}^{(P-FFT)-far} \\ &\cong Z_{mn}^{(P-FFT)-near} + Z_{mn}^{(P-FFT)-far} \end{aligned} \quad (8)$$

其中， $Z_{mn}^{(P-FFT)-far}$ 的计算公式为：

$$Z_{mn}^{(P-FFT)-far} = R_m^T H W_n \quad (9)$$

投影操作符 W 将基函数投影到规则网格，卷积操作符 H 计算规则网格的电势，插值操作符 R 根据规则网格上的电势计算基函数上的电势。

2.3 近场矩阵快速填充方法

从上面可以看出，在P-FFT的方法中，直接计算近场矩阵元素。众所周知，对于大规模电磁问题，近场矩阵的计算占据了大部分的求解时间。当采用RWG函数时，可以发现公式(1)和公式(2)中的每一个矩阵元素的积分都包含许多由其他矩阵元素共享的计算。如图1所示，由于RWG函数定义在一对具有公共边的三角形上，因此两个三角形之间的相互作用与九个矩阵元素密切相关。

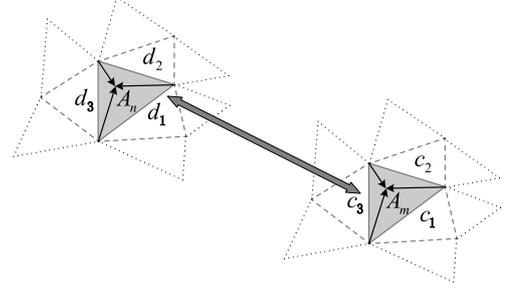


图1 基函数相互作用示意图

Fig.1 Schematic diagram of basis function interaction

在广泛使用的RWG-RWG相互作用方案中，独立计算了一对三角形上的九个RWG-RWG相互作用，以生成相应的九个矩阵元素。因此，这会导致重复计算，因为已经计算的三角形-三角形相互作用不能用于RWG-RWG相互作用。消除这些冗余计算可以大大提高生成矩阵的效率。公式(1)和公式(2)的矩阵元素都是RWG-RWG相互作用的形式。公式(1)和公式(2)的矩阵元素的三角形相互作用可计算为：

$$Z_{ij} = \sum_{x \in \{+, -\}} \sum_{y \in \{+, -\}} Z_{A_x^i, A_y^j} \quad (10)$$

为方便起见，因公式(10)右侧四项的计算公式非常相似，在这里以公式(11)为例进行计算：

$$\int_{S_m} ds \vec{J}_m(\vec{r}) \cdot \int_{S_n} G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}_n(\vec{r}') ds' = \frac{C_{mn}}{4} (D_1 - \vec{r}_{mo} \cdot \vec{D}_2 - \vec{r}'_{no} \cdot \vec{D}_3 + \vec{r}_{mo} \cdot \vec{r}'_{no} D_4) \quad (11)$$

其中，

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{B_{mn}} \int_{S_m} ds \int_{S_n} \vec{E}_1(\vec{r}, \vec{r}') ds' \\ \vec{D}_2 &= \frac{1}{B_{mn}} \int_{S_m} ds \int_{S_n} \vec{E}_2(\vec{r}, \vec{r}') ds' \\ \vec{D}_3 &= \frac{1}{B_{mn}} \int_{S_m} ds \int_{S_n} \vec{E}_3(\vec{r}, \vec{r}') ds' \\ D_4 &= \frac{1}{B_{mn}} \int_{S_m} ds \int_{S_n} G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \end{aligned} \quad (12)$$

$$B_{mn} = T_m T_n$$

$$C_{mn} = L_m L_n$$

$$\vec{E}_1(\vec{r}, \vec{r}') = \vec{r} \cdot \vec{r}' G(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, \vec{r}') = \vec{r}' G(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$\vec{E}_3(\vec{r}, \vec{r}') = \vec{r} G(\vec{r}, \vec{r}')$$

式中， T_m 和 L_m 分别表示三角形 m 的面积和边长。

3 数值结果(Numerical results)

在本部分中给出了两个数值算例，以验证P-FFT方法的效率和准确性。在基于快速傅里叶方法的快速算法中选择笛卡尔网格间距相等，即 $h_x = h_y = h_z = h$ ，展开的阶数为 M 。

3.1 球体

如图2所示为一个半径为 $2\lambda_h$ 的PEC球。球的雷达散射截面使用Mie级数和P-FFT计算。球面使用 $1/10$ 波长离散，共产生18,468个RWG基函数。计算所得双站RCS曲线被显示在图3上。从图3中可以看到，三条曲线是一致的，这说明了基于三角形填充的P-FFT的正确性。从表1可以看出，本文提出的方法比直接P-FFT在填充近场矩阵速度上具有很大的优势。

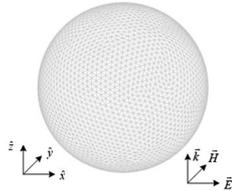


图2 半径为 $2\lambda_h$ 的PEC球体

Fig.2 PEC sphere with radius $2\lambda_h$

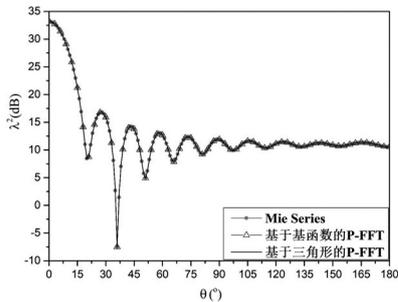


图3 PEC球体的双站RCS曲线

Fig.3 Bistatic RCS curve of PEC sphere

表1 不同算法的CPU时间比较

Tab.1 CPU time comparison of different algorithms

例子	方法	笛卡尔网格间距 h	Z^{near} 的填充时间/s	Z^{far} 的近场部分填充
球	直接P-FFT	$0.2\lambda_h$	42.2	1.1
	本文方法	$0.2\lambda_h$	5.1	1.1
导弹	直接P-FFT	$0.2\lambda_h$	176.3	4.1
	本文方法	$0.2\lambda_h$	18.6	4.1
	AIM方法	$0.1\lambda_h$	149.2	3.5

3.2 导弹模型

如图4所示，给出了一个PEC导弹模型。导弹被剖分为98,475个RWG基函数。从图5中可以看出，基于基函数填充的P-FFT、AIM和基于三角形填充的P-FFT的计算结果的曲线是吻合的，说明基于三角形填充的P-FFT在计算复杂结构的物体电磁散射问题上是正确的。在表1中，本文方法与AIM、基于基函数填充的P-FFT在近场矩阵填充的速度上进行了对比，结果表明本文方法的计算效率得到了提高。

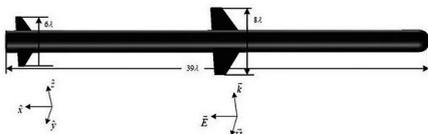


图4 PEC导弹模型

Fig.4 PEC missile model

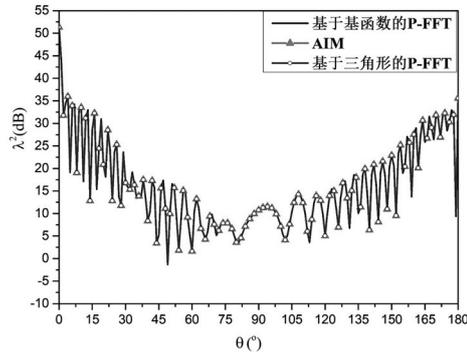


图5 PEC导弹的双站RCS曲线

Fig.5 Bistatic RCS curve of PEC missile

4 结论(Conclusion)

本文采用P-FFT方法结合快速填充方法求解电磁场积分方程，通过引入一种三角形配对的方式，提取其中的积分共享部分填充矩阵元素。从本文所给的数值算例可以看出，三角形配对的采用，减少了近场矩阵元素计算的时间，从而提高了预修正所需要的计算效率。

参考文献(References)

- [1] HARRINGTON R F. Field computation by moment methods[M]. New York, NY, USA: MacMillan, 1968:20-26.
- [2] 李钦祖, 郭立新, 董春雷, 等. 基于八叉树优化的MoM-PO/PTD混合算法分析目标电磁散射及辐射问题[J/OL]. 系统工程与电子技术. [2021-8-17]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20210817.0947.002.html>.
- [3] ENGHETA N, MURPHY W D, ROKHLIN V, et al. The fast multipole method (FMM) for electromagnetic scattering problems[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1992, 40(6):634-641.
- [4] SONG J M, LU C C, CHEW W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(10):1488-1493.
- [5] DELGADO C, CATEDRA F. Fast monostatic RCS computation using the near-field sparse approximate inverse and the multilevel fast multipole algorithm[J]. Applied Computational Electromagnetics Society, 2020, 35(7):735-741.
- [6] LI L, WANG H G, CHAN C H. An improved multilevel Green's function interpolation method with adaptive phase compensation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(6):1381-1393.
- [7] BLESZYBSKI E, BLESZYNSKI M, JAROSZEWICZ T. AIM: Adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems[J]. Radio Science, 1996(31):1225-1251.
- [8] PHILLIPS J R, WHITE J K. A Precorrected-FFT method for electrostatic analysis of complicated 3-D structures[J]. IEEE

Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1997(16):1059-1072.

- [9] SEO S M, LEE J F. A fast IE-FFT algorithm for solving PEC scattering problems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(5):1476-1479.
- [10] 韩晓冰,张潇,王露洁,等.采用分部外推BCGS-FFT方法快速求解电磁散射问题[J/OL].电波科学学报.[2021-8-17]. <https://doi.org/10.13443/j.cjors.20.20.081801>.
- [11] LI M, CHEN R S, WANG H, et al. A multilevel FFT method for the 3-D capacitance extraction[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2013, 32(2):318-322.
- [12] LI M, SU T, CHEN R S. Equivalence principle algorithm with body of revolution equivalence surface for the modeling

of large multiscale structures[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2016, 64(5):1818-1828.

- [13] RASOOL H, CHEN J, PAN X M, et al. Skeletonization accelerated solution of Crank-Nicolson method for solving three-dimensional parabolic equation[J]. Applied Computational Electromagnetics Society, 2020, 35(9): 1006-1011.

作者简介:

朱锦新(1978-),男,硕士,讲师.研究领域:计算智能,计算机并行计算.

郑永涛(1998-),男,硕士生.研究领域:系统与自动控制.

孔维宾(1982-),男,博士,副教授.研究领域:计算电磁学,智能算法,电子信息.

毕奥燃(1999-),男,本科生.研究领域:电子信息,智能控制.

(上接第38页)

点在 z 方向上的坐标大小。

表2 新控制点 z 方向坐标

Tab.2 The z -coordinates of the new control point

序号	z 方向坐标	序号	z 方向坐标
1	7.7	7	11.3
2	13.0	8	5.3
3	14.3	9	11.8
4	5.2	10	8.4
5	13.3	11	12.8
6	5.9	12	13.7

然后,通过体参数化建模得到如图7所示的局部微观尺度模型的表面。通过从 u 、 v 两个方向对模型表面进行观察,可以看到模型表面模拟出机械零件表面凹凸不平的情况。通过将该方法拓展到整个模型表面,在理论上即可得到存在粗糙度的零件模型。

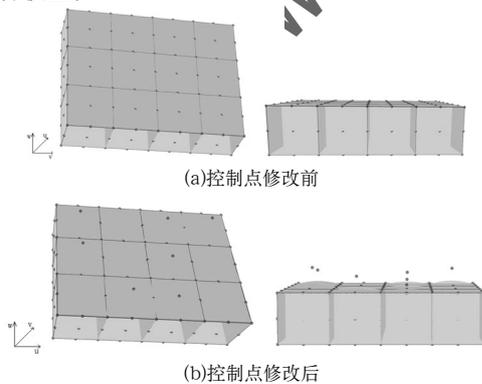


图7 微观尺度下不同方位局部体参数化模型

Fig.7 Parametric model of local volume in different orientations on the microscale

5 结论(Conclusion)

本文利用体参数化建模的方法,站在多尺度的角度,从整体和局部两个方面对模型进行表达。模拟机械加工零件

表面粗糙度,给出了数值随机生成算法,然后将其重新赋予需要改变的控制点。在给定 $A=10$ 的情况下,求解得到16组数据,最终筛选得到12组符合在给定 A 的情况下的随机生成点,通过将这12组生成点分别重新插入体参数化模型,得到微观粗糙度模型表达。该方法对于三维建模来说具有一定的意义,能够从微观尺度上对机械零件进行研究。但是想要将微观尺度的模型完全转换为宏观模型是需要大量的数据支持的,因此本方法在今后的计算机辅助设计建模研究中具有一定的启发意义。

参考文献(References)

- [1] AKHRAS H A, ELGUEDJ T, GRAVOUIL A, et al. Isogeometric analysis-suitable trivariate NURBS models from standard B-Rep models[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, 307(1):256-274.
- [2] LIU L, ZHANG Y J, HUGHES T J R, et al. Volumetric t-spline construction using boolean operations[J]. Engineering with Computers, 2014, 30(4):425-439.
- [3] 陆新征,林旭川,叶列平.多尺度有限元建模方法及其应用[J].华中科技大学学报(城市科学版),2008(04):76-80.
- [4] 曹毅杰.机械加工误差产生原因及工艺措施分析[J].科技创业家,2012(16):101,103.
- [5] 雷友锋.纤维增强金属基复合材料宏-细观统一本构模型及应用研究[D].南京:南京航空航天大学,2002.
- [6] 郝宝坤.基于NURBS的复合材料构件多尺度建模技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018.
- [7] 陈龙,刘玉生,徐岗.体参数化模型离散调和映射生成[J].中国图象图形学报,2015(04):568-575.
- [8] 朱秉铎.基于NURBS的复合材料构件多尺度设计与制造一体化技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.

作者简介:

胡学军(1997-),男,硕士生.研究领域:结构拓扑优化.

李嘉诚(1999-),男,硕士生.研究领域:CAD图形学.